

수학 영역

성명	
----	--

수험 번호						—				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

평면을 넘어선 축으로

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

2. 함수 $f(x) = x^3 + 4x^2 - 4$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

3. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^7 (3a_k + b_k) = 21, \quad \sum_{k=1}^7 (a_k + b_k) = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 6x+3 & (x < 1) \\ x^2 - 5x + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

5. 함수 $f(x) = (6x-5)(x^2-3x+6)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

[3점]

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

7. 함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 - 6x + 12$ 는 $x = -1$ 에서 극대이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① -7 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin^2 \theta = \frac{9}{25}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

8. 삼각형 ABC에서

$$\overline{AB} = 6, \overline{BC} = 8, \cos A = -\frac{1}{4}$$

일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때, 두 점 P, Q의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2t, \quad v_2(t) = 3t^2 - 4t$$

이다. 출발한 후 시각 $t=k$ 에서 두 점 P, Q의 위치가 같아질 때, 양수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

10. 두 양수 a, b 가

$$\log_{16} a + \log_2 b = 2, \quad \log_a b = \frac{3}{4}$$

를 만족시킬 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

11. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 a_5 - 4a_3 = a_3 a_7 + 6a_5 + 14 = 5$$

을 만족시킬 때, $(a_6)^2$ 의 값은? [4점]

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

12. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $|f(x)| = ax^2 + bx + c$ 이다.
(단, a, b, c 는 실수이다.)

(나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^n}$ 의 값이 $n=1$ 일 때 존재하고,
 $n=2$ 일 때 존재하지 않는다.

$f(0)=2$ 일 때, $f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{9}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

13. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(3)=2$, $f(5)=0$ 이고

$$\int_1^5 |(x-1)f'(x)+f(x)| dx = 8$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

㉠. $f'(3) = -1$

㉡. $f'(4) > -\frac{1}{3}f(4)$

㉢. $f(2) < 2$ 이면 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극대인 실수 a 가 구간 $(2,3)$ 에 적어도 하나 존재한다.

① ㉠

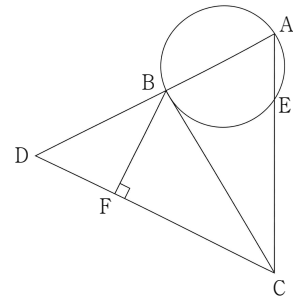
② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 2\sqrt{65}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 2:1로 외분하는 점을 D, 선분 AB를 지름으로 하는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 E, 점 B에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\overline{AE} = 6$ 일 때, 선분 BF의 길이는? [4점]



① $4\sqrt{5}$

② $6\sqrt{5}$

③ $8\sqrt{5}$

④ $10\sqrt{6}$

⑤ $12\sqrt{6}$

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여
 $f(\cos^2 x) + |f(1 + \sin^2 x)| = 0$ 이다.
 (나) $f(0) + f(1) = 0$

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

단답형

16. 방정식 $2^{2x-12} = \left(\frac{1}{16}\right)^{x-6}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 7x^2 + 4x$ 이고 $f(0) = \frac{2}{3}$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_7 = 10, \quad a_3 + a_9 = 12$$

일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y = x^3 - 6x^2 - 5x + 10$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = 3^x - x$ 와 함수 $g(x) = x - b$ ($0 < b < 3$)에 대하여 방정식

$$f(g(x)) = g(f(x)) = x$$

의 서로 다른 실근의 개수는 1개이다. 다음은 b 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

방정식 $f(g(x)) = x$, $g(f(x)) = x$ 를 각각 정리하면

$$3^{x-b} + b = \boxed{\text{(가)}}, \quad 3^x - b = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

이때 두 함수

$$y = 3^{x-b} + b, \quad y = 3^x - b$$

의 그래프는 서로 평행이동 관계에 있다.

$y = 3^x - b$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p , y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하면 $y = 3^{x-b} + b$ 의 그래프와 일치하고

$$\frac{q}{p} = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

한편 직선 $y = 2x$ 도 같은 평행이동에 의하여 자기 자신과 일치한다.

두 방정식 $3^{x-b} + b = 2x$, $3^x - b = 2x$ 의 공통인 실근의 개수가 1개이므로 방정식 $3^x - b = 2x$ 의 서로 다른 두 실근을 각각 α, β ($\alpha < \beta$)라 하면

$$\beta - \alpha = \boxed{\text{(다)}} \quad \dots\dots \textcircled{㉑}$$

이다.

따라서

$$3^\alpha - b = 2\alpha, \quad 3^\beta - b = 2\beta \quad \dots\dots \textcircled{㉒}$$

이고, $0 < b < 3$ 에서 $\textcircled{㉒}$ 과 $\textcircled{㉑}$ 을 모두 만족시키는 b 는

$$b = 1$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $p(x)$, $q(b)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 γ 라 하자. $p(\gamma) + q(\gamma)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 6x - 2 & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$\lim_{t \rightarrow 0} \{g'(g(t))(x - g(t)) + g(g(t))\} \leq g(x) \text{을 만족한다.}$$

(나) $g(g(0)) = 2$

22. $a_1 = -k - 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는

모든 양수 k 에 대하여 $\frac{1}{k}$ 의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + k^2 + 2k & (a_n < 0) \\ a_n & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k \leq \sum_{k=1}^n a_k \leq 0$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

24. $\int_1^4 (\ln x + 1) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $4\ln 2$ ② $8\ln 2$ ③ $4\ln 3$ ④ $8\ln 3$ ⑤ $12\ln 3$

25. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sqrt{4n^2+5} < a_n < 2n+2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n + 3n^2}{(a_n + 3)^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

26. 곡선 $y = \frac{1}{x-2} (x > 2)$ 위의 점 $A\left(a, \frac{1}{a-2}\right) (a > 3)$ 에 대하여

점 A를 직선 $y = x - 2$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 점 C라 하자. 곡선 $y = \frac{1}{x-2} (x > 2)$ 과 직선 $x = a$ 과 직선 BC 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 $2\ln 2$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x^2 - \frac{8}{3}x\sqrt{x+ax}$ 의

역함수를 $g(x)$ 라 하자. 양수 k 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 $x=k$ 에서
미분이 불가능할 때, $f(12k)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ 8 ④ $\frac{32}{3}$ ⑤ $\frac{40}{3}$

28. 실수 $a(a \neq 0)$, $b(b > 0)$, c 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{bx} + c$ 와
최고차항의 계수가 9인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬
때, $g(a)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) - 9 \int_0^x t f(x-t) dt = g(x) \circledast$$

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - g'(x)}{x} = 0$

- ① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

단답형

29. 모든 항이 0이 아닌 유리수인 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $|a_n - b_n|$ 의 최소값은 $\frac{a_2}{a_1} - \frac{1}{2}$ 이고, 최대값은 36이다.

(나) $a_1 > 0$, $a_3 = -8b_3$

급수 $\sum_{k=1}^{\infty} (a_k - b_k)$ 이 수렴할 때, 그 값을 S 라고 하자.

$\frac{17}{8} \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 양수 a 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \int_{3\pi}^x \sqrt{1 - a^2 f(t)^2} dt \text{ 이다.}$$

(나) $t < x < t + \frac{\pi}{a}$ 일 때, $f(x) = b \sin cx$ 이다.

(단, t 는 실수, b, c 는 양수이다.)

방정식 $f(x) = -\frac{3}{10}$ 의 실근이 존재하도록 하는 모든 a 의

값의 집합을 A 라 하자. 집합 A 의 원소의 개수를 n , 집합

A 의 원소 중 가장 큰 값을 α 라 하면, $n \times \alpha = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ Z축 모의고사를 풀어주셔서 감사합니다 :)